REFUTATIO

Objectionum contra utramquè Appendicem ad perfectam circuli quadraturam à Cl. Professore F. germanicè scriptarum, & novis Göttingensibus rem literariam concernentibus 4ta Februarii Anni volventis 1775. insertarum.

1mo. ETsi dudum scio, duas quantitates esse æquales, si demonstrari potest, nullam differentiam inter eas esse assignabilem, & aliud esse in Geometria demonstrare, aliud cernere oculis corporeis; nihilominus tamen Cl. F. gratias ago, quantas debeo, quod pro humanitate sua veritatum harum memoriam mihi renovare sit dignatus. Longe majores adhuc ipsi agerem, si perutili aliàs hac instructione opportuniùs inclarescere laborâsset. Experimenta capiuntur beneficiô sensuum, quibus nullatenus omnis certitudo abjudicari potest: præsertim visui, si reflexione, refractione, distantiâ aut aliô obstaculô non turbetur. Observatio de qua in appendice 1ma agitur, ritè & sine hujusmodi impedimento fuit instituta: hinc veritas ejus in dubium vocari nequit. Corollarium 1mum fluit ex propositione: *Circuli sunt in ratione duplicata diametrorum;* 2dum autem deductum est ex 1mo: unde censura Cl. F. fuit supervacanea; id quod intellectis iis, quæ sequuntur, magis patefiet.

2do. Ex diametris 7, & 9 ulnarum invenit Cl. F. per rationem 10000: 31415, peripherias 21, 9911; & 28, 2743 ulnarum; cum tamen vi ejusdem solùm 21, 9905; & 28, 2735 ulnarum esse queant: quare complementum prioris ad 22 ulnas non sunt 0, 192; sed 0, 228 digiti, & posterior peripheria continet præter 28 ulnas non 6, 58; sed 6, 564 digit. Et per hunc dupliciter erroneum calculum Cl. F. probare conatur dimensiones meas esse falsissimas. Ex adverbiis *præterpropter*, & *fere* colligere potuisset, quòd ego ipsemet illas non tam accuratas esse existimem: non obstante tamen eo vel ex calculo Cl. F. legitimè infertur peripheriam esse diametri triplam cum minori quam $\frac{1}{7}$, & majori quàm $\frac{1}{9}$ parte ejusdem: si enim peripheriæ essent præcisè 22, & 28 ulnarum; esset prior accuratè diametri tripla cum $\frac{1}{7}$, & posterior ejusdem tripla cum $\frac{1}{9}$; sed prior continet paulò minus, & posterior

ſterior plus: ergo &c. Quoniam itaquè hoc Corollarium eſt fatentibus omnibus Geometris verô verius; evidens eſt, etiam Theorema ei ſuperſtructum: *Peripheria eſt diametri tripla cum* $\frac{1}{8}$, eſſe verum.

3*tio*. De poſſibilitate globi, cujus diameter ſit 18 digitorum, quilibet tornator peritus faciet Cl. F. certiorem. Quemadmodum autem æqualitate ponderum trium pyramidum debita ratione ex priſmate triangulari ſectarum etiam magnitudinis earum æqualitas comprobatur; ita quoquè ope hujusmodi globi tum ſine, tum cum pollice cubico ponderati proportio vera diſtingvi poteſt à Ludolphina, quæ in Inſtitutionibus Matheſeos Cl. Weidleri, conſequenter non ſolùm à me, ut Cl. F. temere effatur, verùm etiam à multis aliis *proportio Culenii* vocatur. Hæc ſunt, quæ objectionibus contra Appendicem 1mam ſcriptis opponenda erant; Factæ verò contra ſecundam ſequentibus refelluntur.

1*mo*. Cl. F. inquit: *poſitis ratione diametri ad peripheriam* $= 1 : p$, *& radio circuli* $= a$, *facile reperitur ſegmentum* $= \frac{1}{4}aa. (\frac{1}{2}p - 1)$ *hac formula verò non utitur Auctor, ſed per alium calculum literalem demonſtrat propoſitionem per ſe veram, ſegmenta duorum circulorum eſſe in ratione quadratorum diametrorum.* Debuiſſet addere *& Lunularum.* Hac formula Cl. F. probabiliter indicare voluit, quomodo inveſtigatio quadraturæ circuli ſit inſtituenda, & quales progreſſus in ea jam ſint facti; quod utrumquè ego pronununciante ipſo ignoro. Quidni adduxit potius ex calculo integrali formulam ſummi Newtonii: $1 - \frac{1}{6} - \frac{1}{40} - \frac{1}{112} - \frac{5}{1152}$, &c.; vel illuſtris Leibnitii: $1 - \frac{1}{3} + \frac{1}{5} - \frac{1}{7} + \frac{1}{9} - \frac{1}{11}$ &c. unaque monſtravit, quomodo hæ fractiones in unam ſummam ſint colligendæ, ſiquidem & facta & facienda relatè ad hoc objectum ſibi habet tam perſpecta? ſed ut redeam ad formulam Cl. F., ea reperitur non poſitô radiô (ut ille aſſerit) ſed poſita diametro $= a$: nam hæc multiplicata per exponentem p, manifeſtat peripheriam pa, quæ ducta in $\frac{1}{8}a$ exhibet ſemicirculum $\frac{1}{8}paa$, à quo lunula $\frac{1}{4}aa$ ſubtracta relinquit ſegmentum $\frac{1}{8}paa - \frac{1}{4}aa = \frac{1}{4}aa. (\frac{1}{2}p - 1)$

2*do*. Non diffiteor plures fractiones eſſe aſſignabiles (& quidem præter opinionem Cl. F. ſine artificiis Diophanteis) quæ cum numero integro efficiunt quadratos; quoniam hi autem eſſe debent majores, quàm ſegmenta defectiva, & minores exceſſivis; illæ non ſolùm tentando, verùm etiam certâ ſcientiâ facillimè determinantur. E. gr. poſita diametro 9, ſemicirculus defectivus eſt $31\frac{1}{2}$; exceſſivus $31\frac{21}{28}$; Lunula $20\frac{7}{28}$, quæ ſubducta à priore, relinquit $11\frac{7}{28}$; ſubtracta autem à poſteriore prodit $11\frac{16}{28}$. Ut inveniatur ergo fractio major quàm $\frac{7}{28}$, & minor quàm $\frac{16}{28}$, quæquè cum numero integro 11 efficiat quadratum; neceſſe eſt, ut novæ fractionis denominator 64 multiplicetur per numerum integrum 11, & productum 704 ſubtrahatur à quadrato proximo 729 (ut apparet ex tabula numerorum quadratorum); quo facto relinquitur numerator 25. Eſt itaquè ſegmentum verum ad Lunulam

ut

ut $11\frac{25}{64}$: $\frac{81}{4} = 9 : 16$. Si autem facta ſubtractione remanet numerator, qui cum denominatore 64 efficit minorem fractionem, quàm eſt ea, quæ adjacet ſegmento defectivo; opus eſt productum ſubtrahere jam non à quadrato proximè 1mo, ſed à 2do, ut fit in ſegmentis ſemicirculorum, quorum diametri ſunt 5 & 7, & quorum prius eſt ad Lunulam ut $3\frac{33}{64}$: $\frac{25}{4}$; poſterius autem ad lunulam ſuam ut $6\frac{57}{64}$: $\frac{49}{4}$ h. e. utrobiquè ut 9 : 16; ex quo manifeſtum eſt, numeratores eſſe varios, non autem ſemper = 1, ut Cl. F. malè intellexit.

3*tio*. Cl. F. ait: *nulla ratio adeſt, ob quam ſegmenta debeant eſſe numeri quadrati.* Adeſt & quidem maxima, ut mox patebit. Segmenta vera debent eſſe majora defectivis, & minora exceſſivis, nec non ad Lunulas ſuas rationem habere eandem; id verò obtinetur hoc modo: poſita diametro = 2, habetur ſegmentum exceſſivum $\frac{4}{7}$, & defectivum $\frac{5}{9}$, quæ reducta ad eandem denominationem conſtituunt fractiones æquivalentes $\frac{36}{63}$, & $\frac{35}{63}$. Ut habeatur igitur ſegmentum verum, neceſſe eſt invenire numerum majorem quàm $\frac{35}{63}$ & minorem quàm $\frac{36}{63}$; id verò aliter fieri nequit, niſi aſſumendo denominatorem plurium quàm 63. particularum. Jam verò fractio $\frac{36}{64}$ eſt minor quàm $\frac{35}{63}$: ergo ſegmentum verum neceſſariò eſſe debet $\frac{36}{64}$. Quoniam porro à ſegmentis minimis ad maxima ob eorum ſimilitudinem valet conſequentia; reperitur quodlibet eorum reducendo ſegmentum exceſſivum ad fractionem æquipollentem, cujus denominator 63, & deinde inferendo: Si totum (punctum, linea, digitus &c.) dividitur in 63 particulas; ſegmentum evadit juſto majus; diviſo verò eodem in 65, ſegmentum fit juſto minus: ergo mutato denominatore 63 cujuscunque ſegmenti exceſſivi in 64, habetur verum. Poſitis itaquè diametris 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 100, 1000, habentur ſegmenta exceſſiva $\frac{1}{7} = \frac{9}{63}$; $\frac{4}{7} = \frac{36}{63}$; $\frac{9}{7} = \frac{81}{63}$; $\frac{16}{7} = \frac{144}{63}$; $\frac{25}{7} = \frac{225}{63}$; $\frac{36}{7} = \frac{324}{63}$; $\frac{49}{7} = \frac{441}{63}$; $\frac{64}{7} = \frac{576}{63}$; $\frac{10000}{7} = \frac{90000}{63}$; $\frac{1000000}{7} = \frac{9000000}{63}$. Ergo ſegmenta vera ſunt: $\frac{9}{64}$; $\frac{36}{64}$; $\frac{81}{64}$; $\frac{144}{64}$; $\frac{225}{64}$; $\frac{324}{64}$; $\frac{441}{64}$; $\frac{576}{64}$; $\frac{90000}{64}$; $\frac{9000000}{64}$; Ex quorum perfecta extractione radicum liquet, illa eſſe unà numeros quadratos. Jngenuè tamen fateor, id non ſequi immediatè ex expreſſionibus analyticis, ut rectè monuit Cl. F.; ſed tantum brevitatis ergò Theoremati fuiſſe inſertum. Nequè ambigendum eſt, quin ſegmenta hac methodo inventa, ſint vera, ſiquidem ſunt majora defectivis, & minora exceſſivis, nec non ad Lunulas ſuas $\frac{1}{4}$, 1, $\frac{9}{4}$, 4, $\frac{25}{4}$ &c. rationem habent eandem, quæ eſt ut 9 : 16. Ut hæc veritas magis in apricum prodeat, quærantur 2. fractiones habentes eundem denominatorem diviſibilem per 16; aut 64, prout diameter eſt numerus par vel impar, quarum altera ſit = ſegmento exceſſivo, altera paulò minor defectivo, & quarum numeratores differant præcisè duabus particulis denominatoris communis: ſic earum media arithmeticè proportionalis indicabit ſegmentum verum. E. gr. poſita diametro = 1, habetur ſegmentum exceſſivum $\frac{1}{7}$, & defectivum $\frac{5}{36}$: fractio priori = eſt $\frac{64}{448}$; minor autem poſteriore $\frac{62}{448}$. Er-

go

go ſegmentum verum nequit eſſe aliud niſi $\frac{63}{445} = \frac{9}{64}$ ſicut ſuperius. Ita etiam poſita diametro 2, ſegmentum exceſſivum eſt $\frac{4}{7}$ & defectivum $\frac{5}{9}$: fractio priori = eſt $\frac{64}{112}$; minor verò poſteriore $\frac{62}{112}$. Ergo ſegmentum verum eſt $\frac{63}{112} = \frac{9}{16}$, ſicut ibidem. Si Cl. F. ſolutionem hujus puncti, in quo cardo rei vertitur, cum *Methodo demonſtrativa perfectè quadrandi circulum* (cujus cenſuram hucusquè fruſtra exſpectavi) contulerit; impoſſibile eſt, quin de perfecta circuli quadratura inventa penitus convincatur, ad quam demonſtrandam omnia tam mirè conſpirant.

4*to*. Cl. F. miratur, quod propoſitionem fluentem ex ratione ſegmenti ad Lunulam non expreſſerim numeris, nempe quod circulus ſit $\frac{1}{2}$. $\frac{25}{16}$ quadrati diametri. At non opus erat in Appendice repetere, quod in opuſculo ipſo demonſtratum fuit nempe: Circulum eſſe ad quadratum diametri ut 50: 64. h. e. eum eſſe $\frac{50}{64}$ quadrati diametri $= \frac{2}{4}$. $\frac{25}{16}$, quam expreſſionem præfero priori, quia facilius eſt, multiplicare & dividere per 50. quàm per 25.

5*to*. Cl. F. inquit, quod ratio diametri ad peripheriam 1: $3\frac{1}{8}$ jam in partibus centeſimis ſit intolerabiliter falſa, ſiquidem ita infert: 1: $3\frac{1}{8}$ = 100: 3125. Si attentiùs calculum iniviſſet; inveniſſet 4tum numerum proportionalem $312\frac{1}{2}$. At qualis differentia ſtupenda eſt, quæſo, inter $312\frac{1}{2}$, & 3125! Hæc inadvertentia reddit profectò rationem veram in particulis centeſimis intolerabiliter falſam.

Quod ſupereſt, Cl. F. rogo, ne refutationem hanc ex amore veritatis profectam in malam partem interpretetur, nequè ſe petitum eſſe Epilogô præfatæ methodi arbitretur, quippe quæ prius in lucem prodiit, quàm objectiones ejus mihi innotuerunt. Scio, quantum debetur literatis alicujus notæ, & præſertim Profeſſoribus Academiarum præclaris animi dotibus ſupra communem mortalium ſortem evectis, quos omni, qua par eſt, colo obſervantiâ. Scripſi unicè contra cavillatorem, qui variis affectibus correptus carpit, aliorumquè riſui exponit, quidquid captum ejus ſuperare videtur. Diſcat Scioppius ille ex admonitione ſalutari ſibi data ſapere: turpe eſt Epimetheum eſſe velle Prometheum, ſimilemquè Scorpioni, cujus cauda ſemper eſt in ictu. Jam nunc ad Vos, Viri Excellentiſſimi, Luminaria totius Reipublicæ literariæ provoco, ad Vos, inquam, quibus nihil eſt antiquiùs, quàm ſcientias humano generi tam utiles indefeſſô ſtudiô propagare, & aliorum inventa in lucem veritatis proferre: favete cauſam meam ad animi examinare trutinam, æquumque de ea ferre judicium. Fretus humanitate veſtra ſingulari confido, Vos precibus meis locum daturos, unaquè fore perſvaſos, ſuſceptô modicô hoc labore ad gloriam, quam Vobis peperiſtis, ingens acceſſurum eſſe incrementum, & maximum ad immortalia veſtra in rem literariam merita cumulum.